



COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

4 aprilie 2017

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se arate că numărul $\log_9 \sqrt{3} + \log_4 \sqrt[3]{2}$ este rațional.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2mx + m - 1$. Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $f(x) \leq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $2^x + 2^{x+1} + 2^{x-1} = 56$
- 5p** 4. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{\sqrt[3]{n} / n \in A\}$, acesta să fie rațional.
- 5p** 5. Fie triunghiul ABC și $M \in (BC)$ astfel încât $\overline{MC} = -\frac{3}{4} \cdot \overline{CB}$. Să se demonstreze că $\overline{AM} = \frac{3}{4} \cdot \overline{AB} - \frac{1}{4} \cdot \overline{CA}$.
- 5p** 6. Știind că $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ și $\operatorname{tg} x = 3$, să se calculeze $\sin 2x$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie dreptele $d_1 : x + 2y = 3$, $d_2 : 3x - 4y = -1$, $d_3 : 4x + 3y = m$ unde $m \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele să fie concurente.
- 5p** b) Să se demonstreze că există o infinitate de valori ale lui m pentru care vârful triunghiului determinat de cele trei drepte are toate coordonatele întregi.
- 5p** c) Să se determine valorile lui m pentru care triunghiul determinat de cele trei drepte are aria egală cu 1.
2. Fie polinomul $f = 2X^3 - aX^2 - aX + 2$, cu $a \in \mathbb{R}$ și cu rădăcinile complexe x_1, x_2, x_3 .
- 5p** a) Să se calculeze $f(-1)$.
- 5p** b) Să se determine a pentru care polinomul are trei rădăcini reale.
- 5p** c) Să se determine a astfel încât $|x_1| + |x_2| + |x_3| = 3$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât $xf(x) = e^x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă 1, situat pe graficul funcției f .
- 5p** b) Să se arate că funcția f este continuă în $x = 0$ dacă și numai dacă $f(0) = 1$.
- 5p** c) Să se arate că dacă funcția f este continuă în $x = 0$, atunci este derivabilă pe \mathbb{R} .
2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_1^2 ((x-1)(2-x))^n dx$.
- 5p** a) Să se calculeze I_1 .
- 5p** b) Să se arate că $2(2n+1)I_n = nI_{n-1}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
- 5p** c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

